

ARDカーネルによる
非線形地震応答解析の
ガウス過程回帰代替モデル構築

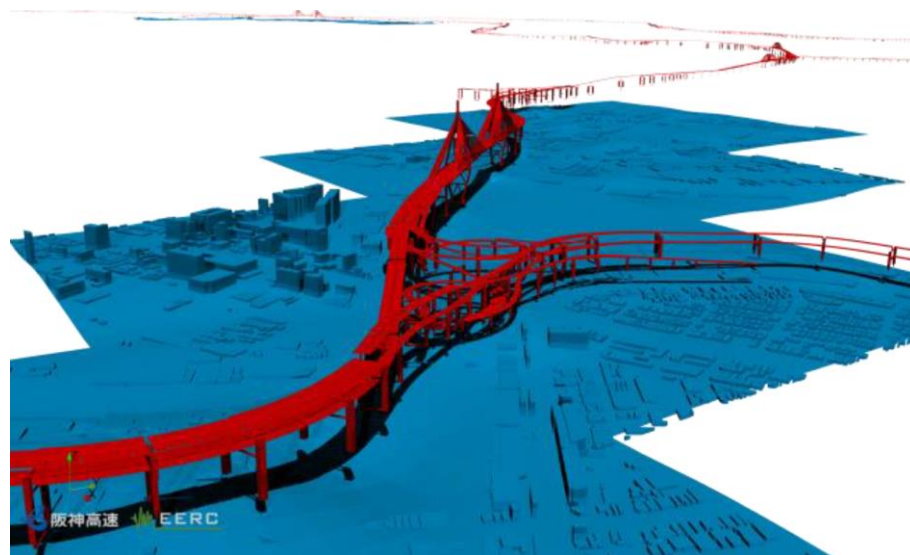
システム情報工学研究群
構造エネルギー工学学位プログラム
博士前期課程1年
202120854 才田大聖
指導教員 西尾真由子

背景

- 耐震設計の確立と、耐震補強の実施が進んだが、近年の大規模地震でもまだ構造物被害がある
- 既存交通インフラ構造物に対して、数値解析モデルでのデジタルツインを構築し、維持管理や地震リスクを評価での活用が期待される
- 地震リスクの評価には構造物の非線形時刻歴応答解析による確率論ベースの構造信頼性解析が必要である



写真 2.1.36 P56 (I 桁側) 支承部及び路面の被災概況
(参考：土木学会 鋼構造委員会「東日本大震災鋼構造物調査特別委員会報告書」)

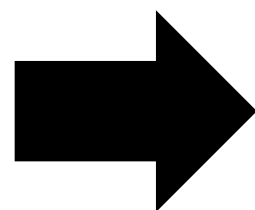


(伊佐ら, 阪神高速サイバーインフラマネジメントの取り組みと価値創造の可能性)

構造信頼性解析の流れ

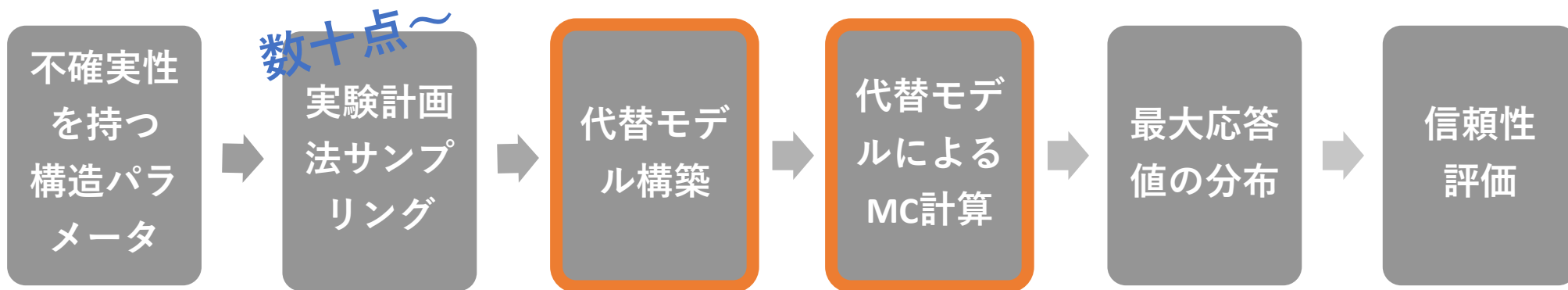


数千~数万回の構造解析計算を必要とする
モンテカルロ計算は計算コストが高い



構造解析の計算回数を減らし
計算コストを抑える手法が必要

代替モデルを用いた解析手法



代替モデルを用いて、計算コスト低減

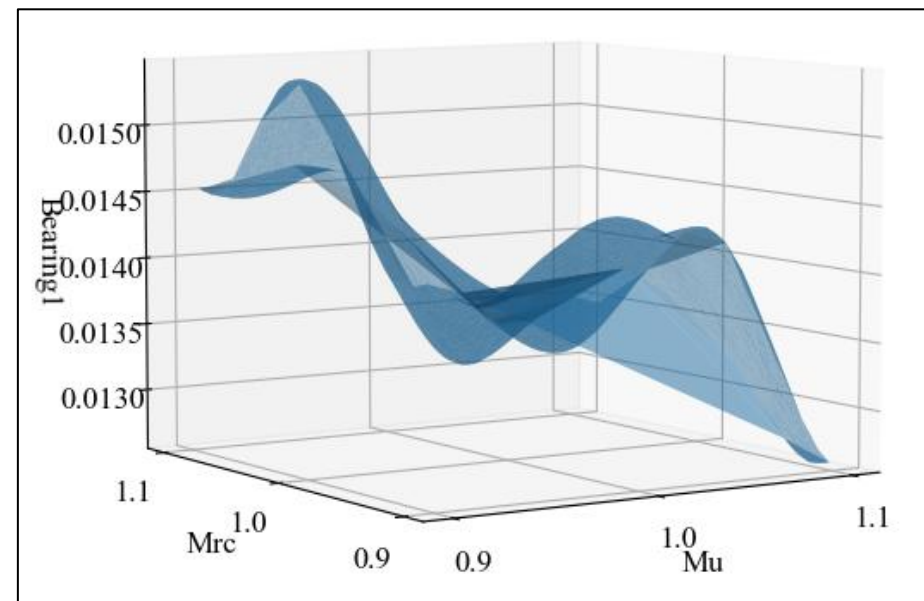
必要な性能

- ① 入出力関係が複雑であっても構築可能
- ② 代替モデルに非線形性発現に対する構造的説明性があること
- ③ ノンパラメトリックでモデル式を決める必要がないこと

目的

ガウス過程回帰の特徴

- 1 入出力関係が複雑でも回帰可能
- 2 モデル式を決める必要がない
- 3 関連度自動決定 (ARD) でパラメータの寄与度推定が可能



ARDカーネルによるガウス過程回帰を使った代替モデルを地震応答解析に適用し、計算負荷が小さく説明性のあるモデルを構築することで代替モデルの有効性を示す

ガウス過程回帰

ガウス過程回帰

$$y = f(\mathbf{x})$$

$$f \sim GP(\mathbf{0}, k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$$

$$\mathbf{y} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{K})$$

\mathbf{x} : 入力ベクトル

\mathbf{y} : 出力ベクトル

k : カーネル関数

\mathbf{K} : カーネル行列

カーネル行列

$$K_{nm} = k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_m)$$

K_{nm} : カーネル行列の要素

ARDカーネル関数

ARD: Automatic Relevance Determination

$$k(\mathbf{r}) = \sigma \left(1 + \sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} + \frac{5}{3} \sum_{i=1}^D \frac{r_i^2}{l_i^2} \right) \exp \left(-\sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} \right)$$

Matern5/2 カーネル

特性長スケール (l_i)

出力に対する入力変数ごとの寄与度を表す

l_i が小さいほど寄与度が大きくなる

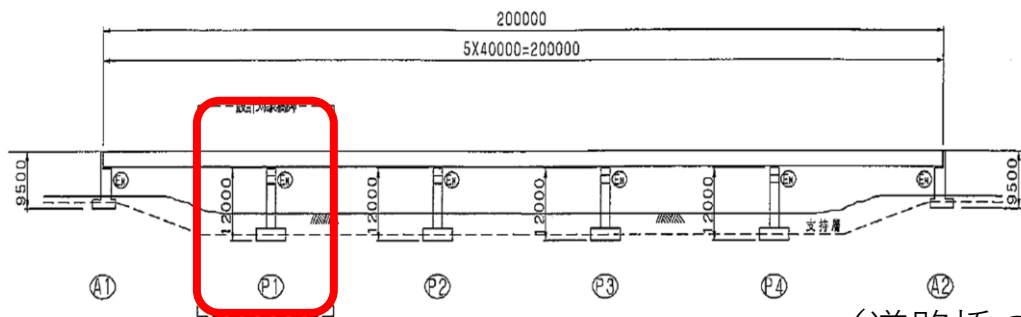
尤度関数

$$p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \frac{1}{|\mathbf{K}_\theta|^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \mathbf{y}^\top \mathbf{K}_\theta^{-1} \mathbf{y} \right)$$

尤度の最大化: L-BFGS 法

(準ニュートン法)

数値解析モデル：免震RC橋脚



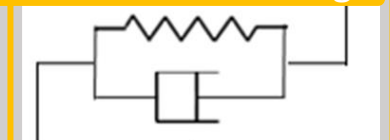
(道路橋の耐震設計に関する資料、1997)

Super Structure

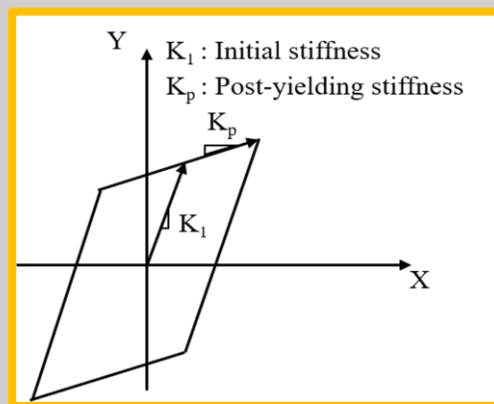


Seismic rubber Bearing

K_{b1}, K_{b2}, Q_b

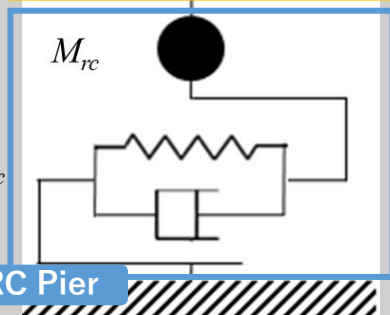


Bilinearモデル

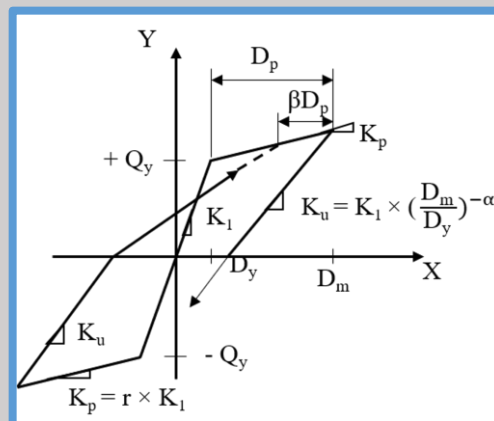


M_{rc}

K_{rc1}, K_{rc2}, Q_{rc}



Takedaモデル



数値解析諸元

数値計算：

- Newmark - β 法
- Newton Raphson法

時間増分：0.001s

減衰：レイリー減衰

構造減衰比：

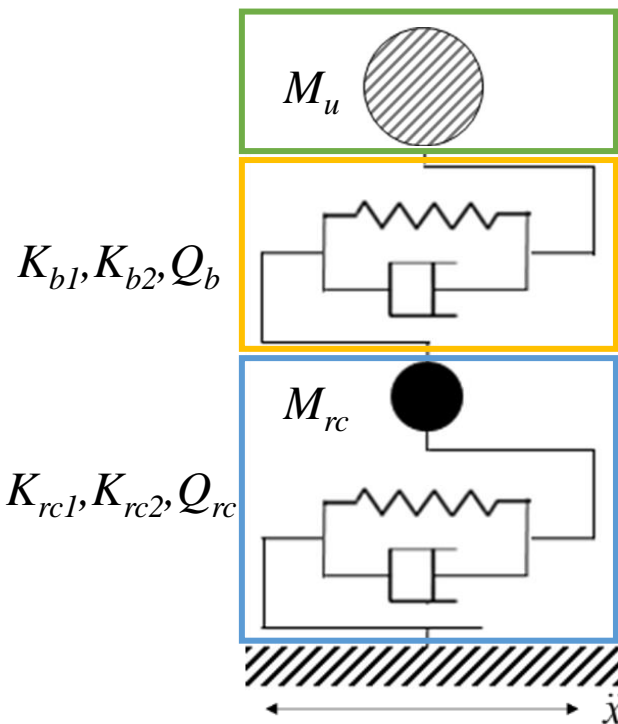
- 2% for pier
- 0% for bearing

< 免震RC橋脚の2質点2自由度系モデル >

パラメータの不確実性

パラメータ		諸元値	不確実性（一様分布）	
			下限	上限
上部構造	質量 (M_u)	604000 kg	-10%	+10%
免振支承	一次剛性 (K_{b1})	40023.2 kN/m	-10%	+10%
	二次剛性 (K_{b2})	6154.4 kN/m	-10%	+10%
	降伏荷重 (Q_b)	1117.2 kN	-10%	+10%
橋脚	質量 (M_{rc})	346300 kg	-10%	+10%
	一次剛性 (K_{rc1})	110000 kN/m	-10%	+10%
	二次剛性 (K_{rc2})	8250 kN/m	-10%	+10%
	降伏荷重 (Q_{rc})	3399 kN	-10%	+10%

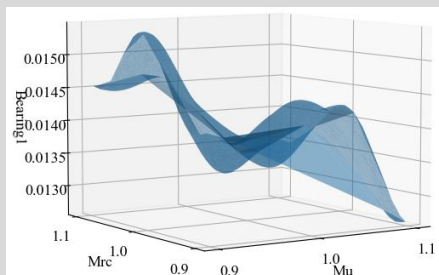
(参考：道路橋の耐震設計に関する資料、1997)



入力：構造パラメータ

- M_u
- K_{b1}
- K_{b2}
- Q_b
- M_{rc}
- K_{rc1}
- K_{rc2}
- Q_{rc}

代替モデル

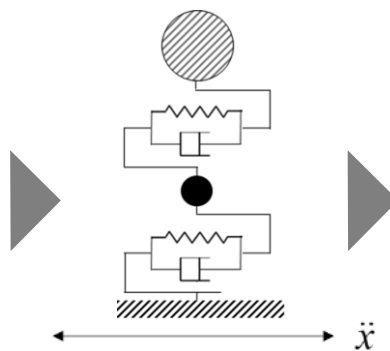
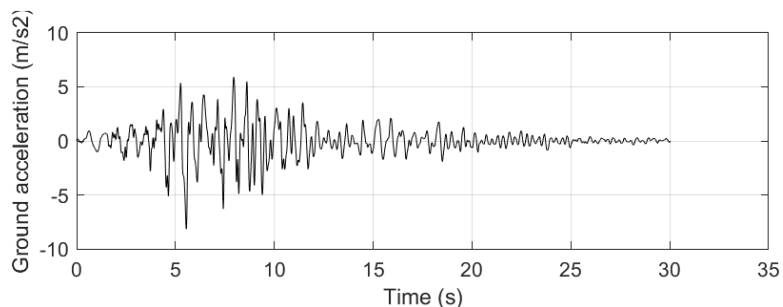


目的出力

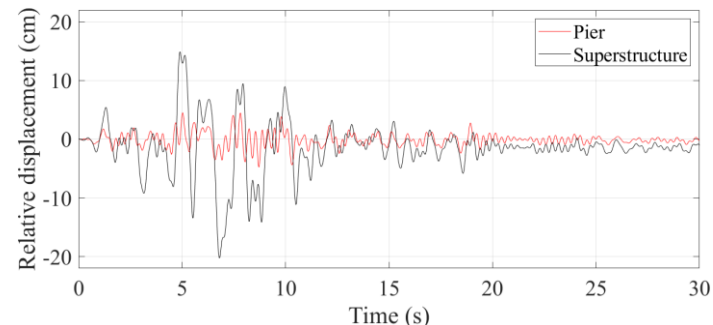
- 橋脚上部の最大変位
- 免震支承の最大変位

非線形地震応答解析

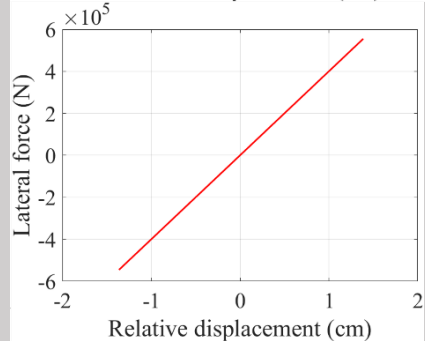
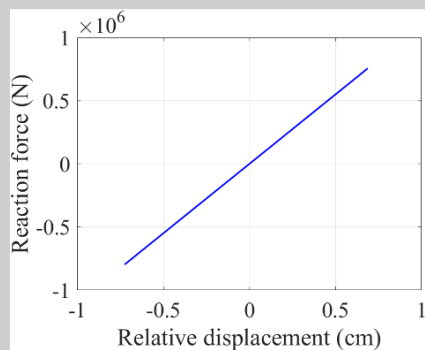
< 入力地震動(Level2Type2-1-1) >



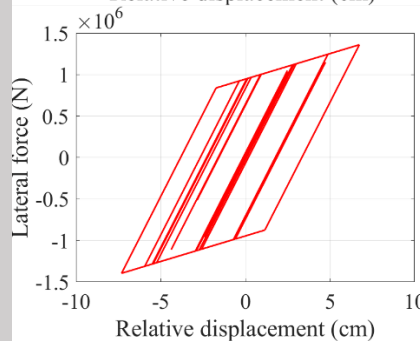
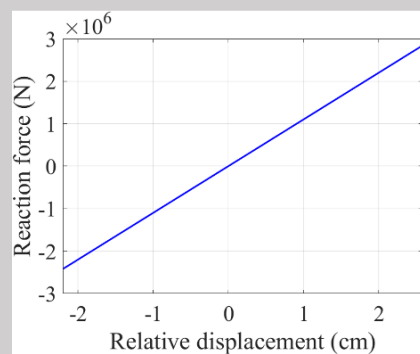
< 変位時刻歴応答 >



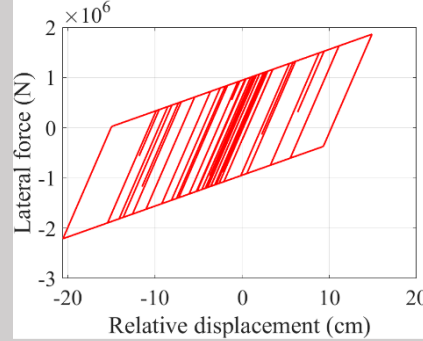
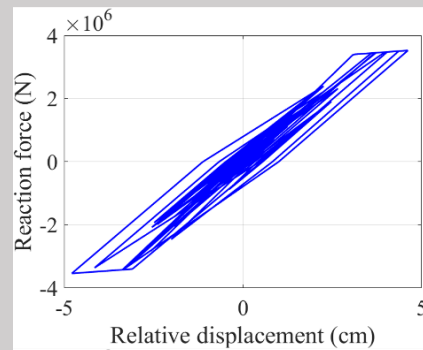
Case L-L : 0.05倍



Case L-N : 0.4倍



Case N-N : 1.0倍



■ 橋脚

■ 支承

非線形性の
発現度合いで
場合分け

検証方法

数値データの作成

- パラメータ空間から **ラテン超方格法** で10000点サンプリング
- 各サンプル点に対し地震応答解析を行い、10000データを作成
- 訓練データN点・テストデータ10000-N点に分け
- 各検証でデータセットを **10セット** 作成

評価方法

- 訓練データから **ガウス過程回帰モデル** を作成
- 代替モデルでテストデータ点における予測出力の作成
- テストデータでの出力と予測出力を比較
 1. 平均絶対値誤差パーセント (**MAPE**)

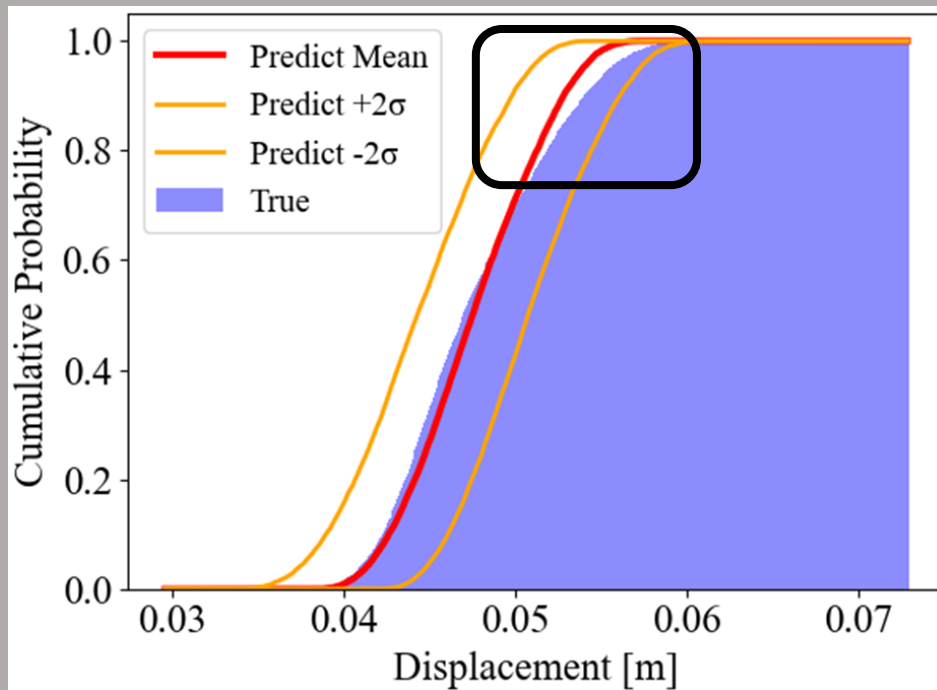
$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{a_i - f_i}{a_i} \right|$$

2. 橋脚・免震支承の **最大変位分布**
3. ARD特性長スケールでの **寄与度** 推定結果

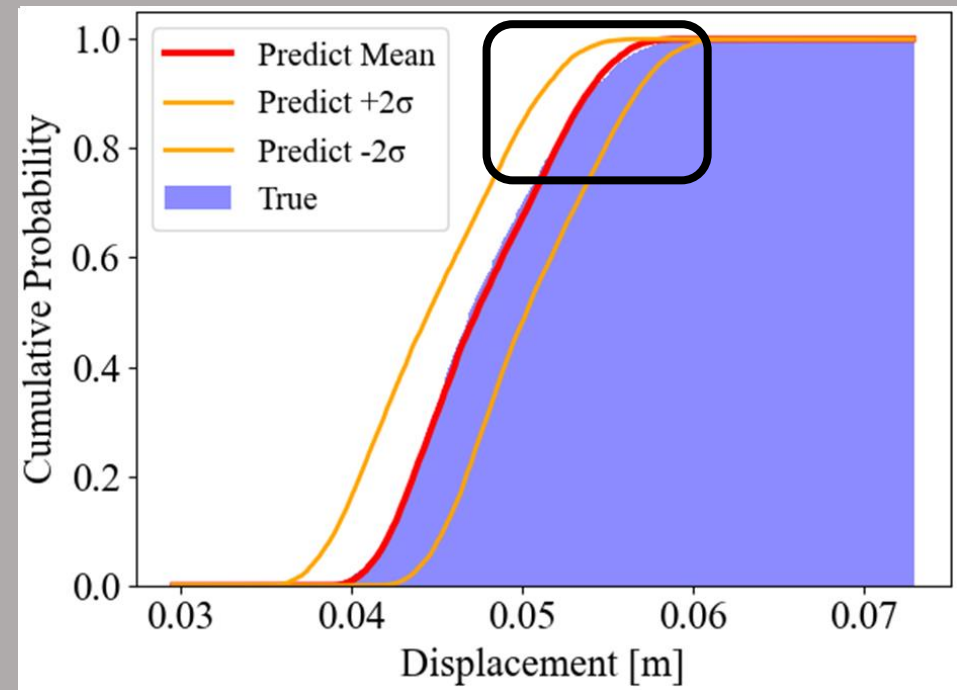
最大変位の累積分布

Case N-N 橋脚

訓練データ数：N = 30



訓練データ数：N = 100



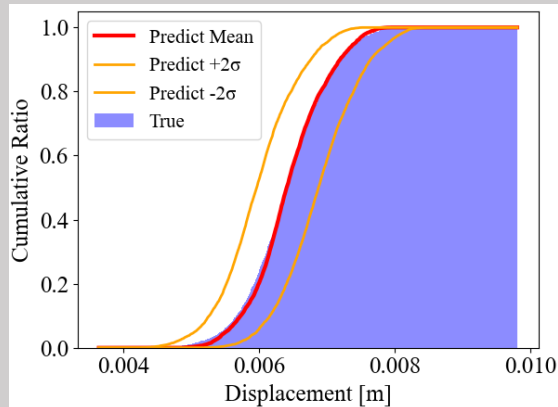
➡ 訓練データが多いほど分布形状をテールまで予測可能

異なる非線形性での最大変位の累積分布

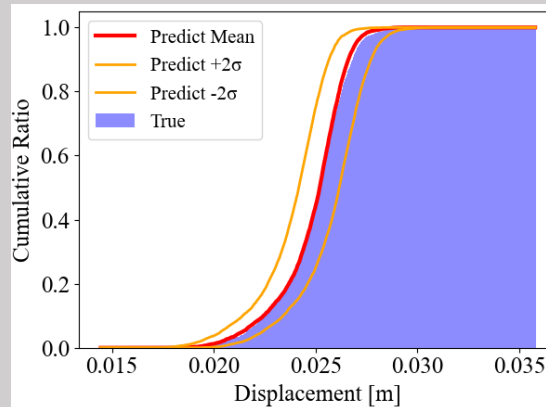
訓練データ数：N = 200

橋脚

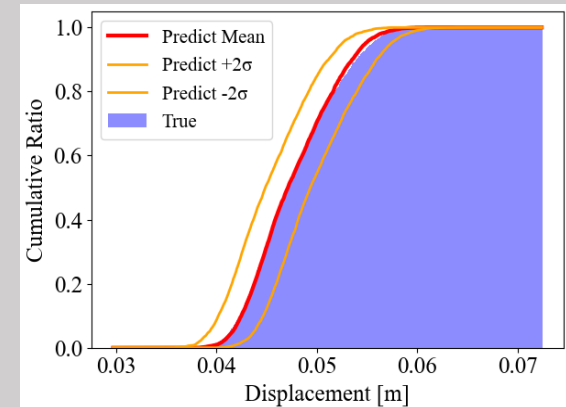
Case L-L : 0.05倍



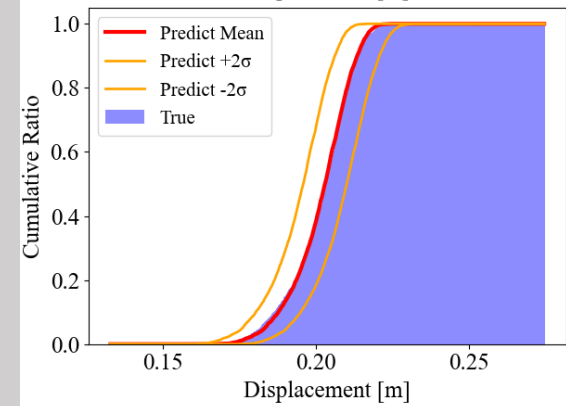
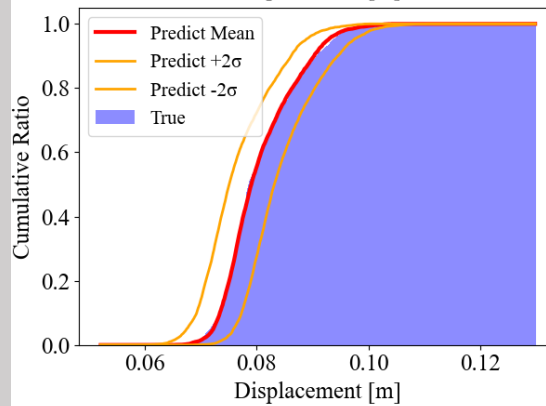
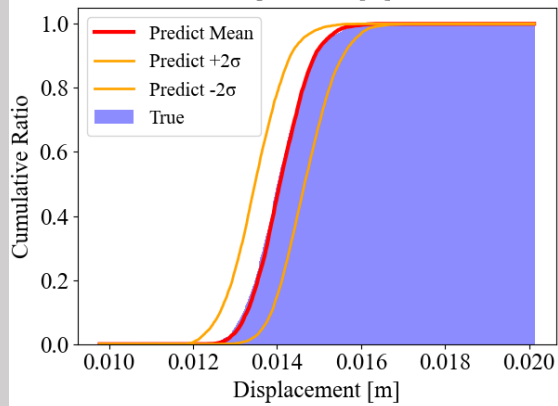
Case L-N : 0.4倍



Case N-N : 1.0倍



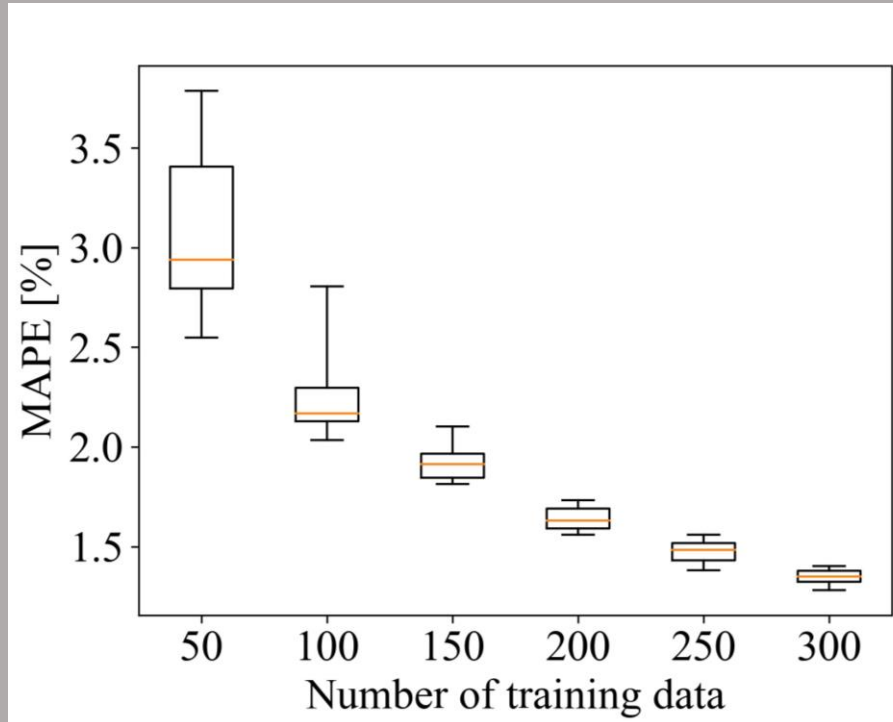
支承



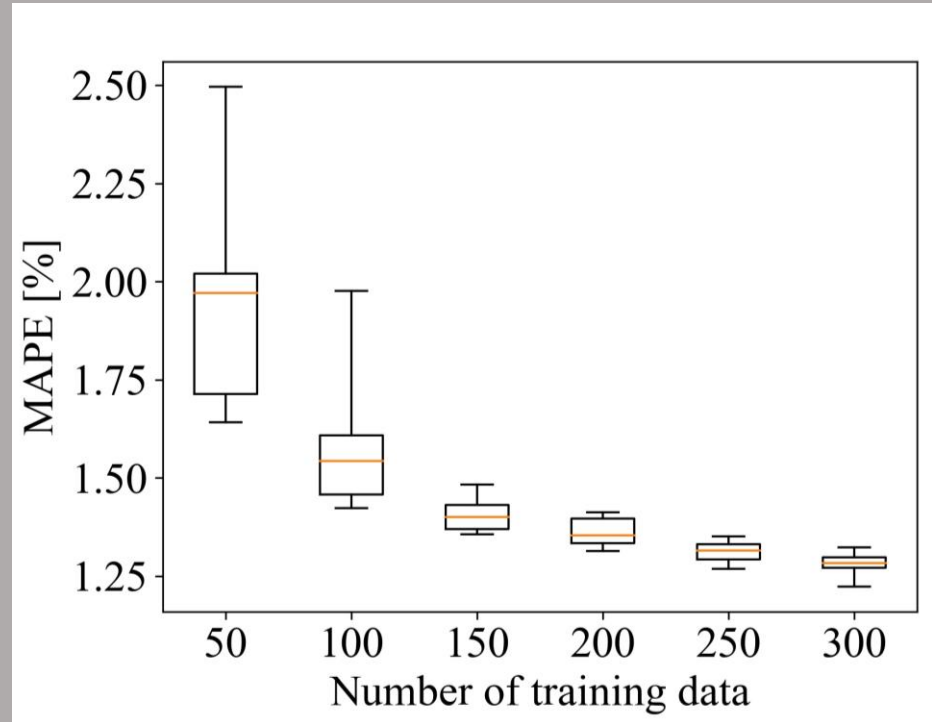
➡ 訓練データ数200でどのケースでも最大変位分布が得られる

訓練データ数と代替モデル精度の関係

Case L-L 支承



Case N-N 支承



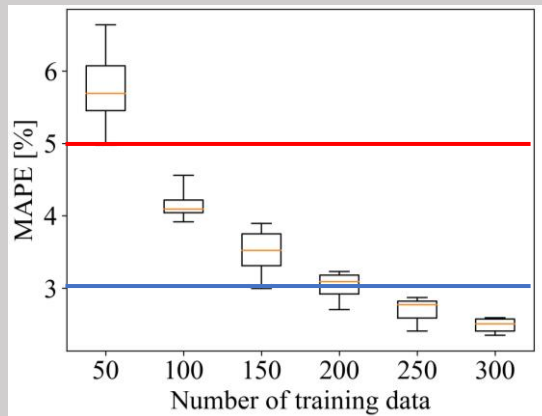
*箱ひげ図：各訓練データ数で10データセット作成

➡ 訓練データが多いほど精度・安定性が向上

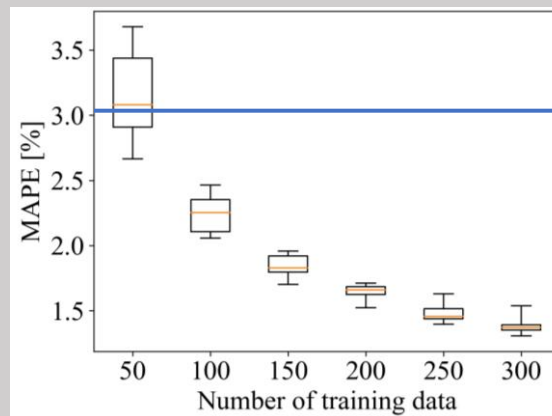
異なる非線形性での代替モデル精度

橋脚

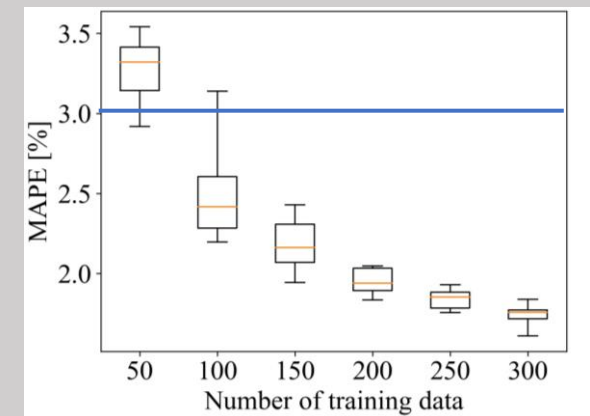
Case L-L : 0.05倍



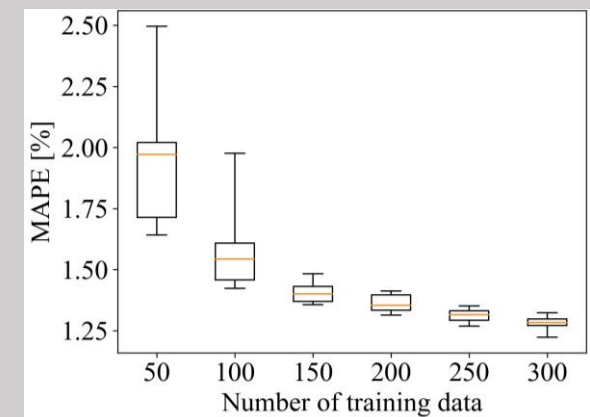
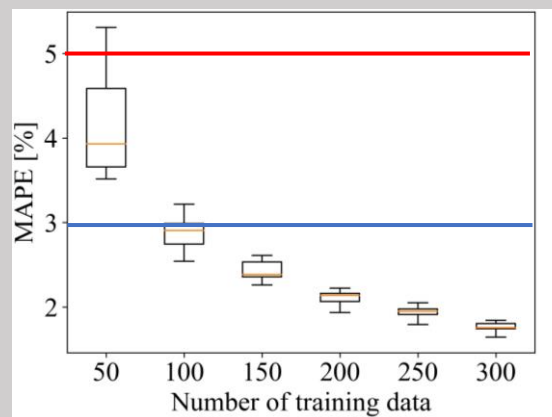
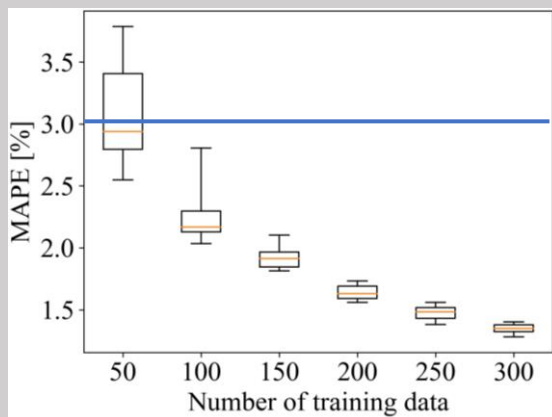
Case L-N : 0.4倍



Case N-N : 1.0倍



支承



➡ 訓練データ100で誤差5%、200程度で誤差3%程度以内

Sobol's法による構造パラメータの寄与度の算出

Sobol's Method

分散に基づくグローバル感度解析

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$$

X_i : 入力因子、 Y : 出力

Main Effect

寄与度の大きいパラメータ

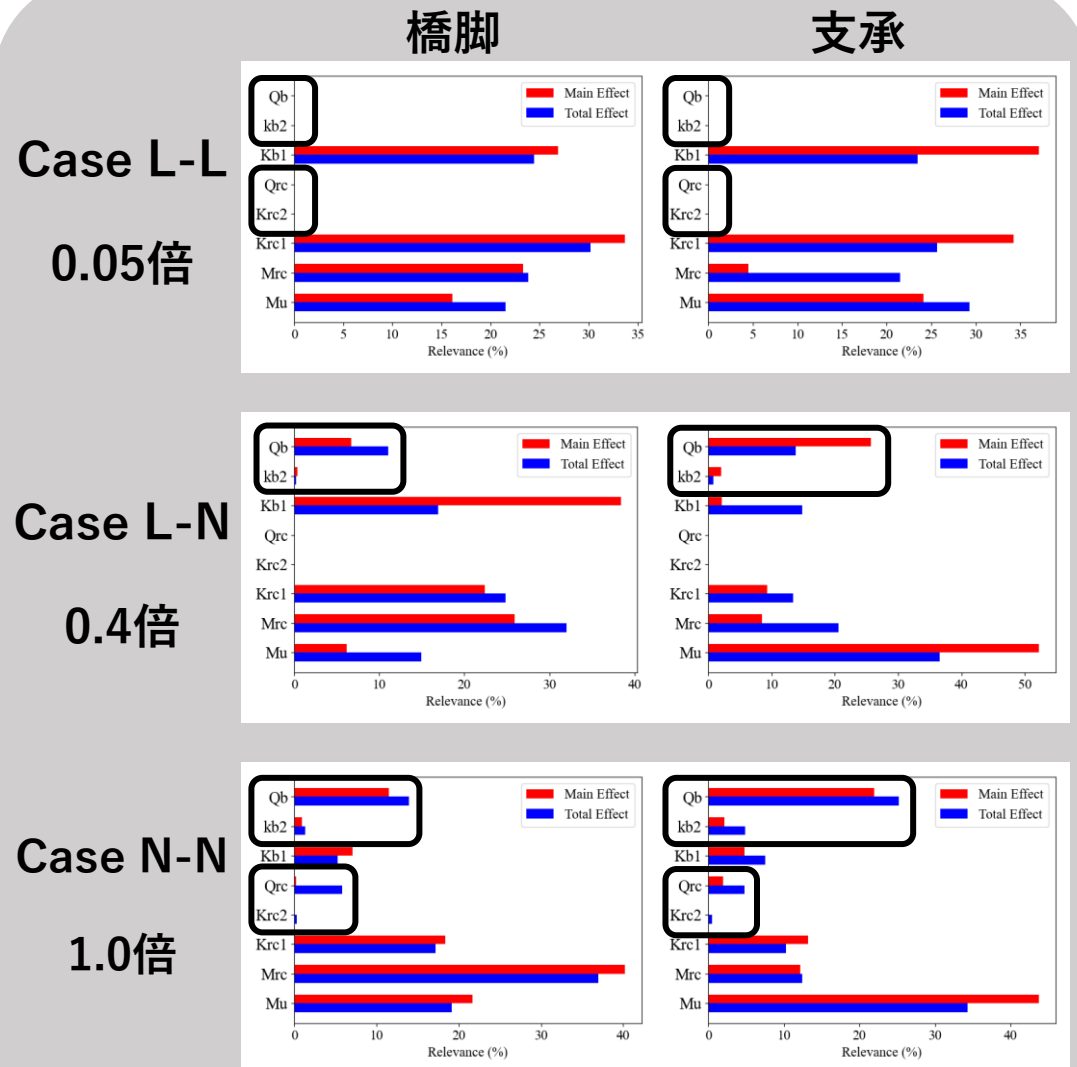
$$S_i = \frac{V[E(Y | X_i)]}{V(Y)}$$

Total Effect

寄与度の小さいパラメータ

$$S_{Ti} = \frac{E[V(Y | X_{\sim i})]}{V(Y)} = 1 - \frac{V[E(Y | X_{\sim i})]}{V(Y)}$$

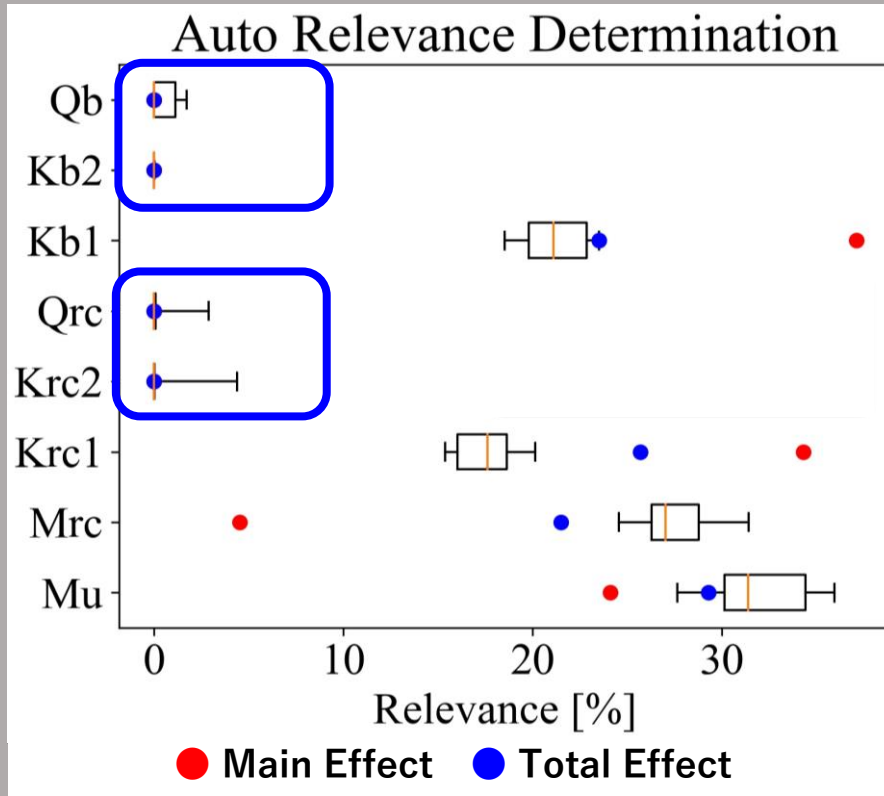
(Saltelli et al., Global Sensitivity Analysis, 2008)



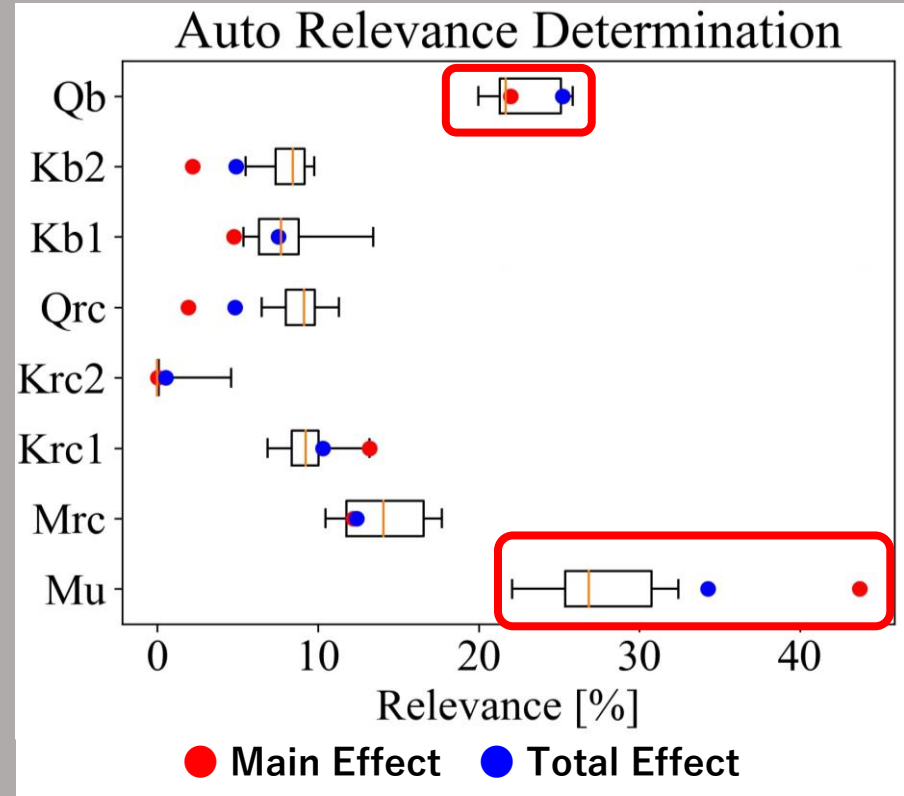
ARDでの特性長スケール推定結果

訓練データ数：N = 200

Case L-L 支承



Case N-N 支承



➡ 低寄与度を適切に抽出し高寄与度のパラメータも整合

異なる非線形性での特性長スケール推定結果

訓練データ数：200

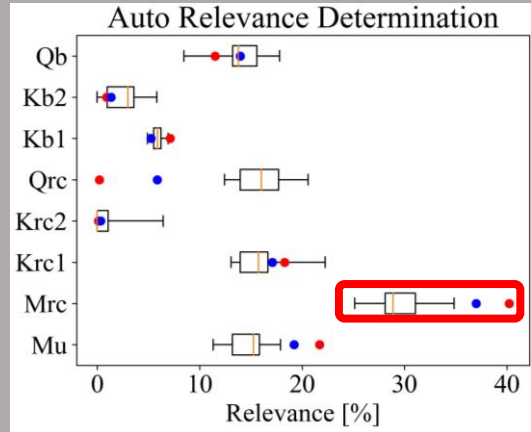
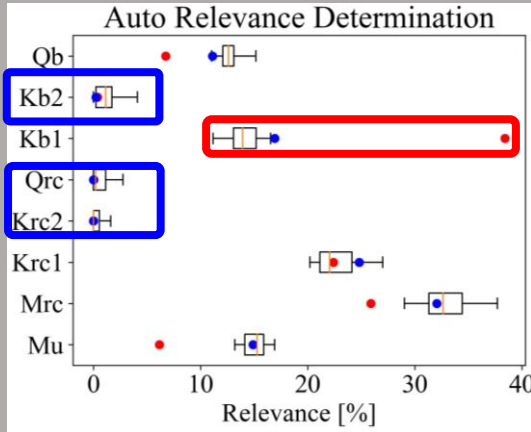
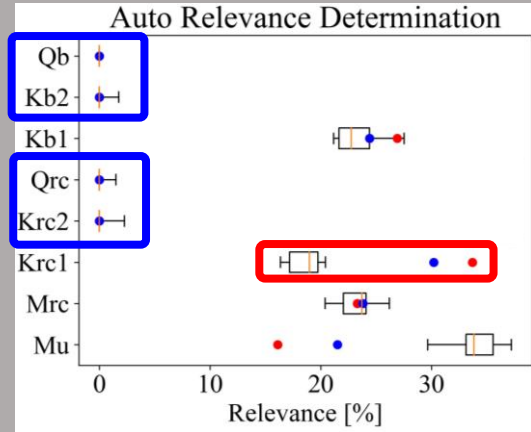
● Main Effect ● Total Effect

Case L-L : 0.05倍

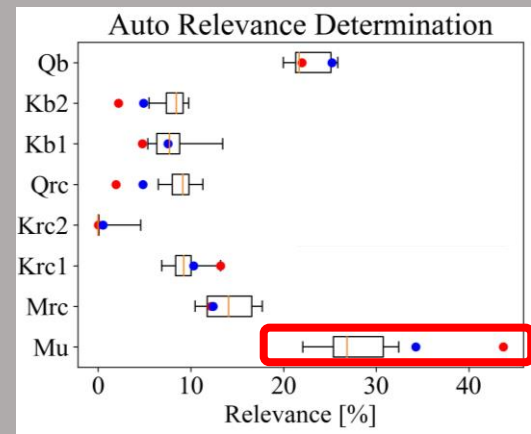
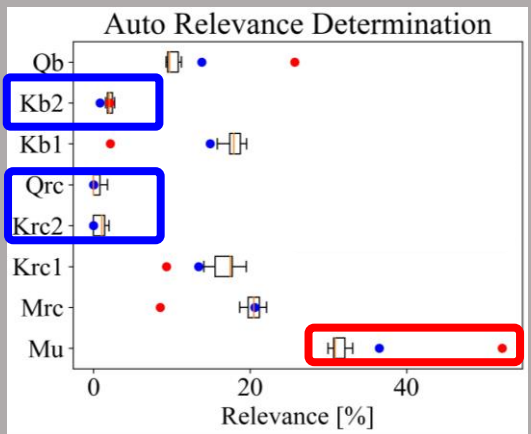
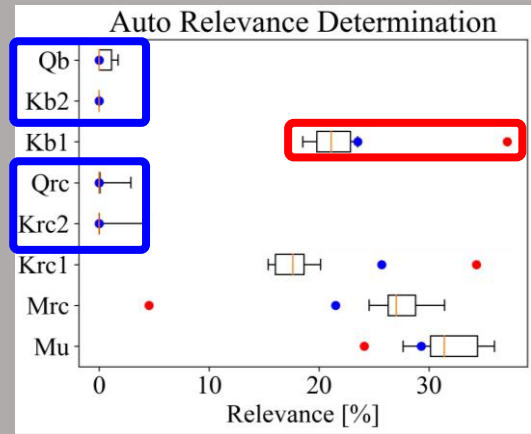
Case L-N : 0.4倍

Case N-N : 1.0倍

橋脚



支承



➡ どの非線形性発現でも自動的に寄与度を決定

まとめ

結論

- ARDカーネルを用いたガウス過程回帰で免震橋脚の地震時刻歴応答解析の代替モデルを作成した
- 非線形性の発現度合いにかかわらず、200の訓練データがあれば適切な代替モデルを構築できることを示した
- 適切な代替モデルではどの非線形性発現度合いでも、橋脚と免震支承の最大変位分布を精度よく得られた
- ARDカーネルの特性長スケールがパラメータ寄与度を自動的に決定し、特に寄与度の低いパラメータを良く抽出できることがわかった

今後の展望

- カーネル関数の足し合わせやサンプリング手法の改善などにより、さらに入出力の特徴を捉えられる可能性がある

ご清聴ありがとうございました 🏯

カーネル行列による比較

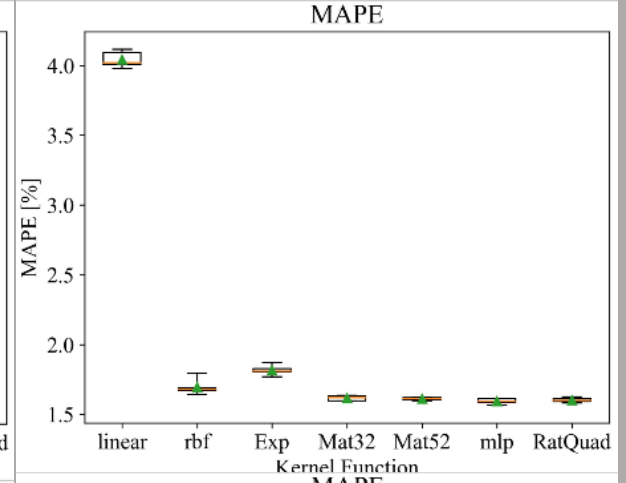
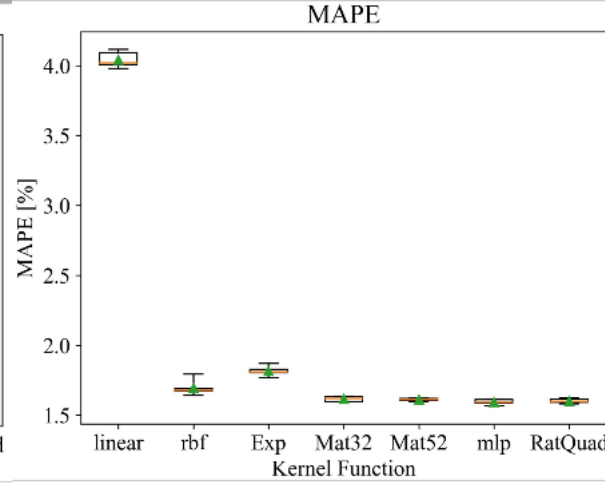
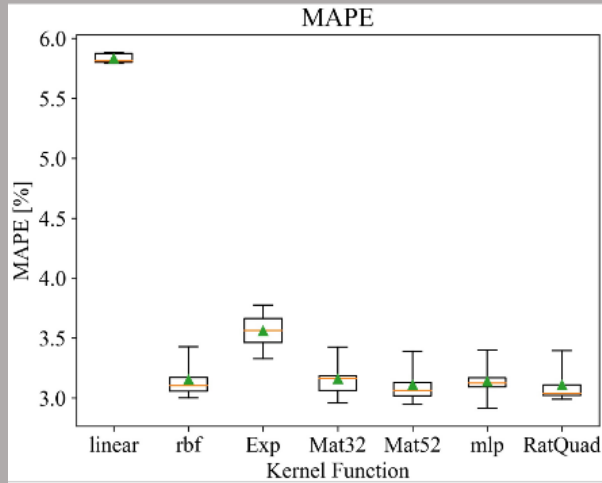
訓練データ数：200

Case L-L : 0.05倍

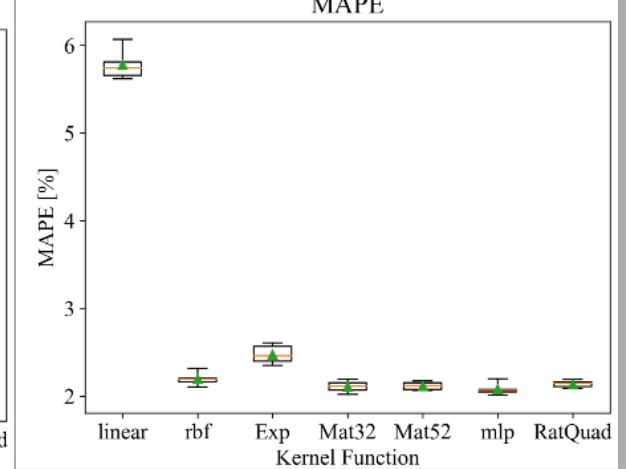
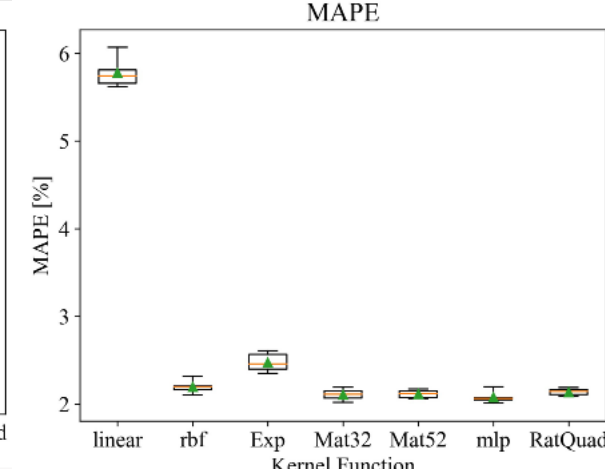
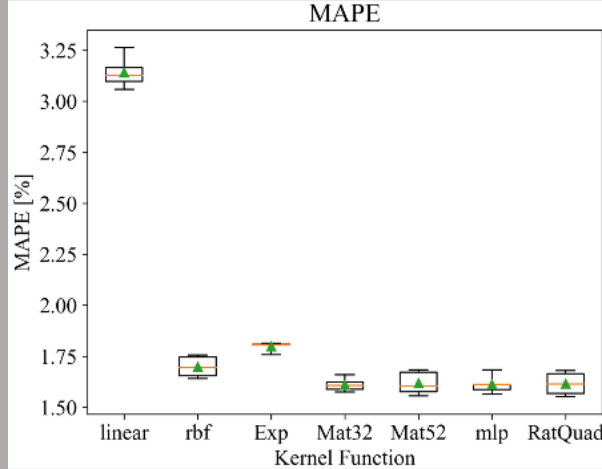
Case L-N : 0.4倍

Case N-N : 1.0倍

橋脚



支承



地震動種類による比較

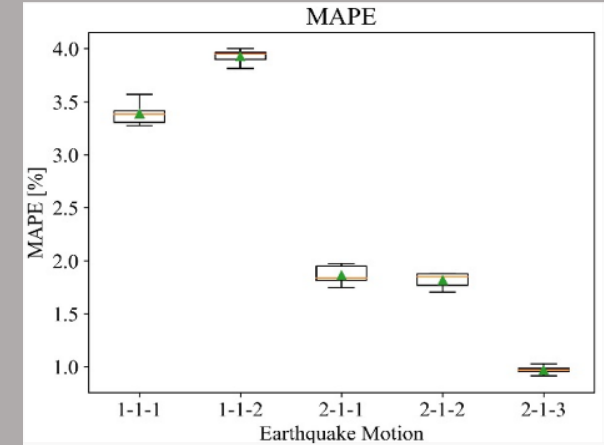
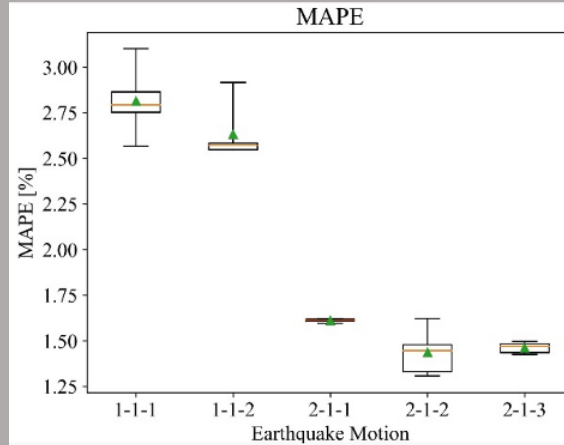
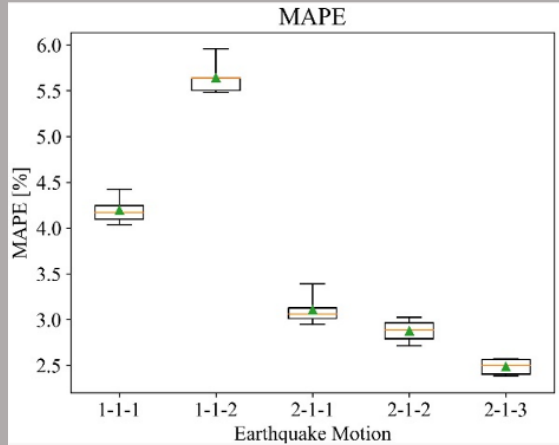
訓練データ数：200

Case L-L : 0.05倍

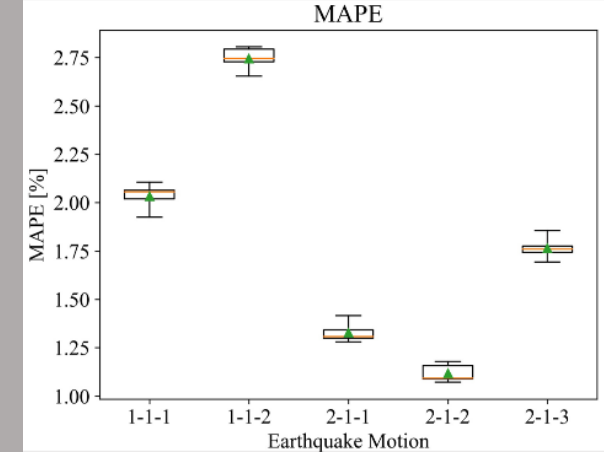
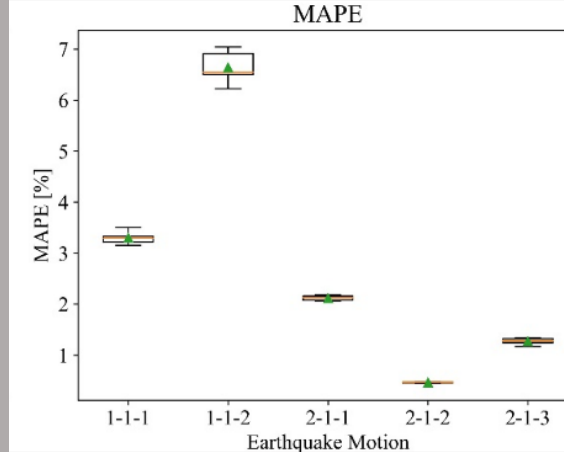
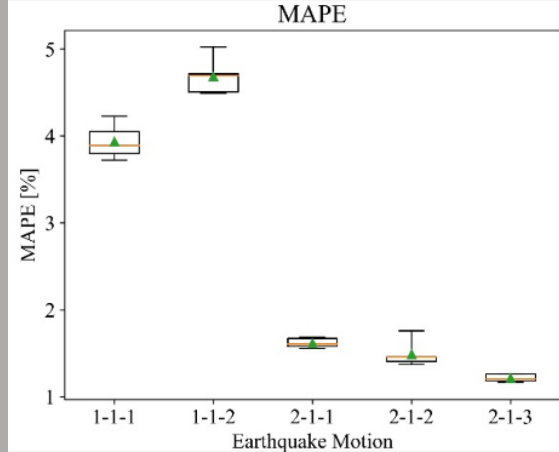
Case L-N : 0.4倍

Case N-N : 1.0倍

橋脚



支承

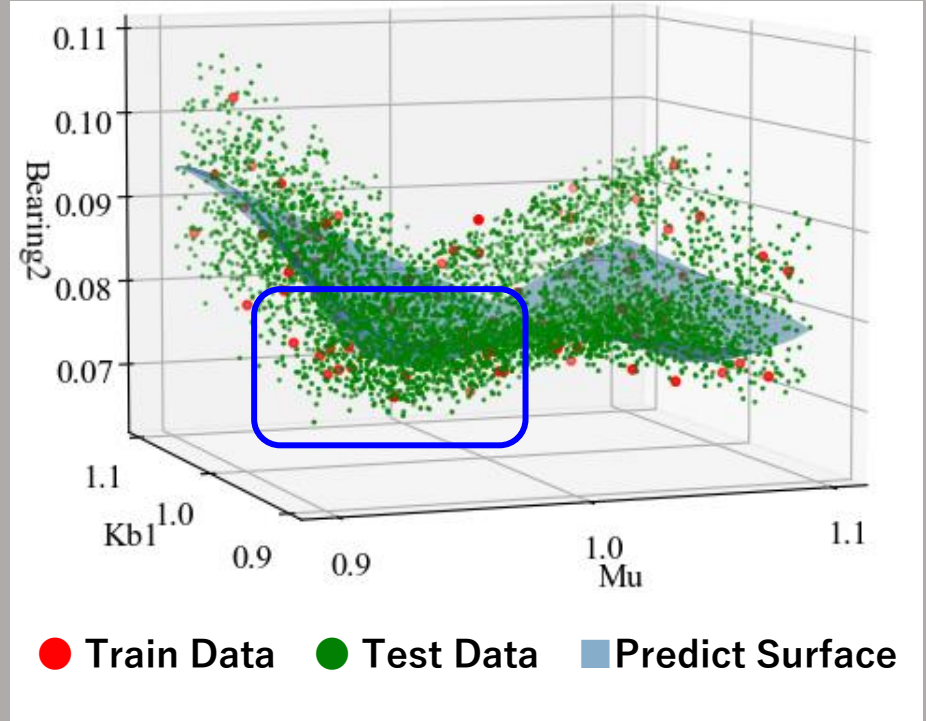
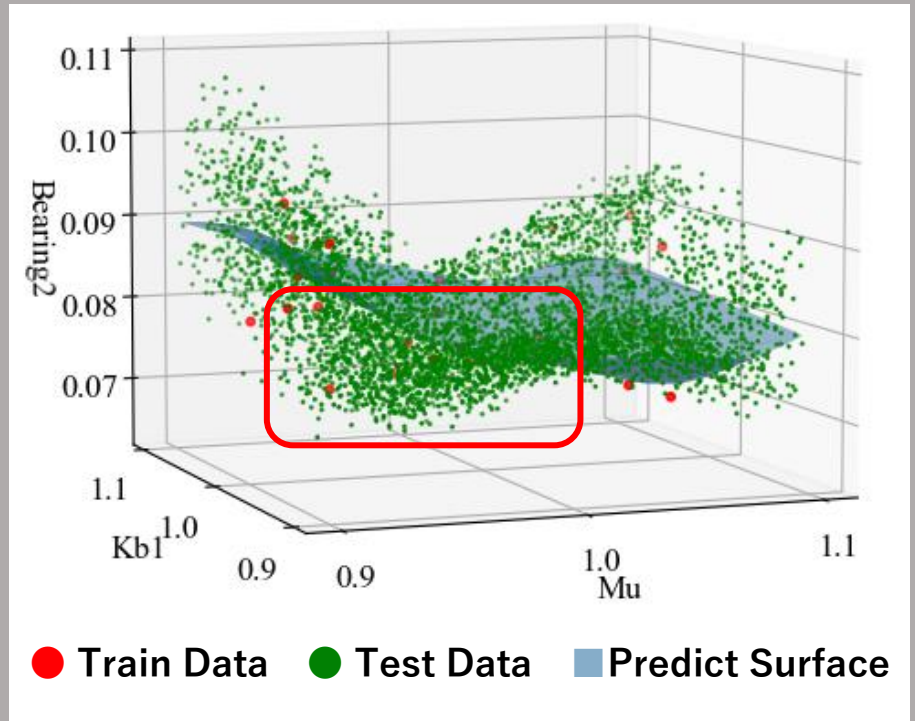


代替モデルの回帰面

Case L-N 支承

訓練データ数：N = 30

訓練データ数：N = 100



➡ 訓練データが多いほど解析応答によく回帰する