

第28回計算工学講演会

A-01-04



# 深層カーネル学習サロゲートモデル による高次元不確定性をもつ 構造信頼性解析の効率化

才田 大聖 (筑波大学大学院)

Rashid Muhammad (筑波大学大学院)

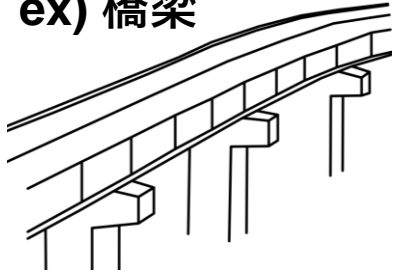
西尾 真由子 (筑波大学)



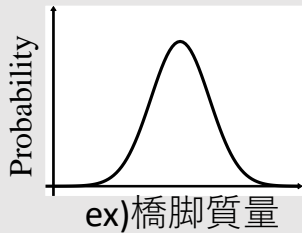
# 【背景】信頼性解析の流れ

## 対象構造物

ex) 橋梁



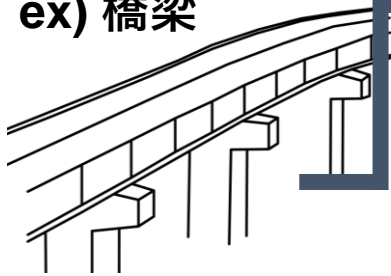
不確定性の  
考慮が必要



# 【背景】信頼性解析の流れ

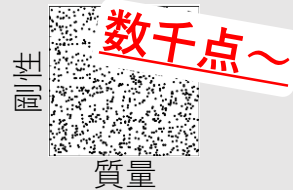
## 対象構造物

ex) 橋梁

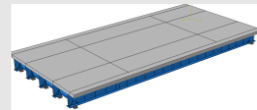


## 一般的な信頼性解析

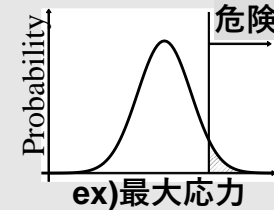
モンテカルロ  
サンプリング



橋梁の  
解析モデル



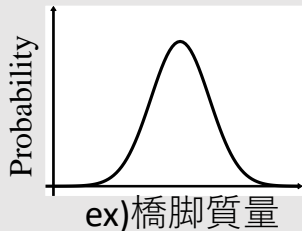
出力応答分布



災害リスク評価

- ・維持管理の策定
- ・防災減災
- ・災害後の復旧

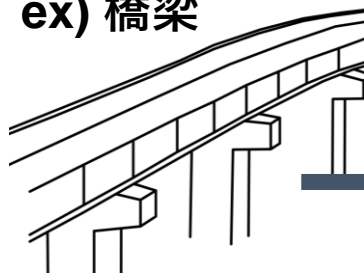
不確定性の  
考慮が必要



# 【背景】信頼性解析の流れ

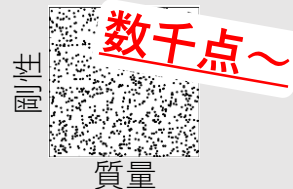
対象構造物

ex) 橋梁

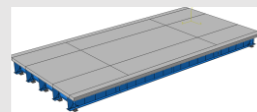


一般的な信頼性解析

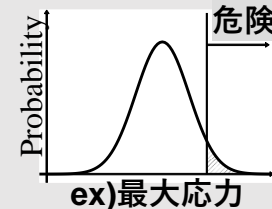
モンテカルロ  
サンプリング



橋梁の  
解析モデル



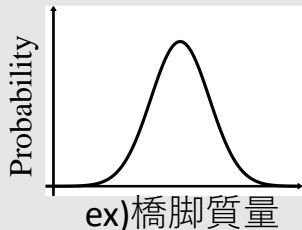
出力応答分布



災害リスク評価

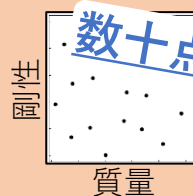
- ・維持管理の策定
- ・防災減災
- ・災害後の復旧

不確定性の  
考慮が必要

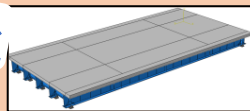


サロゲートモデルを用いた信頼性解析

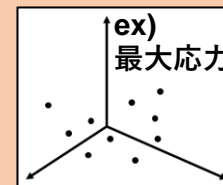
実験計画法  
サンプリング



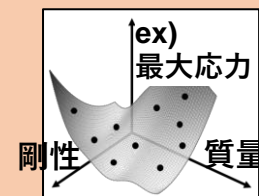
橋梁の  
解析モデル



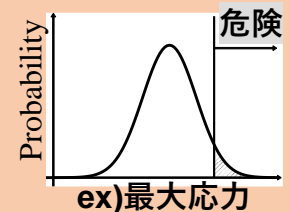
解析データ



機械学習による  
サロゲートモデル



出力応答分布



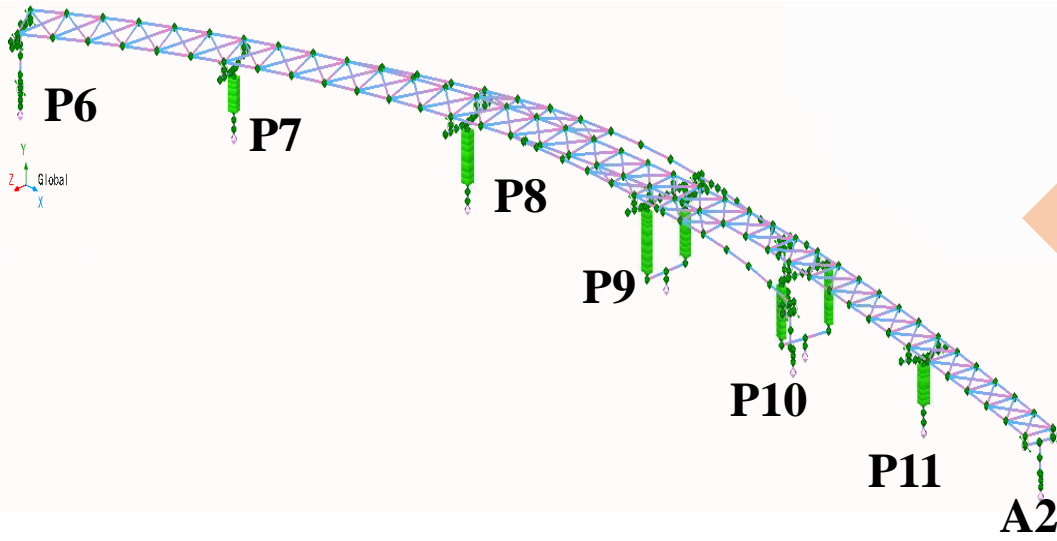
サロゲートモデルを構築することで、  
信頼性解析の**計算コストを低減**

# 【背景】 橋梁システムのフラジリティ評価の必要性

## フラジリティ評価

- 特定の地震動指標に対し、特定の限界状態に到達する確率を評価

橋梁



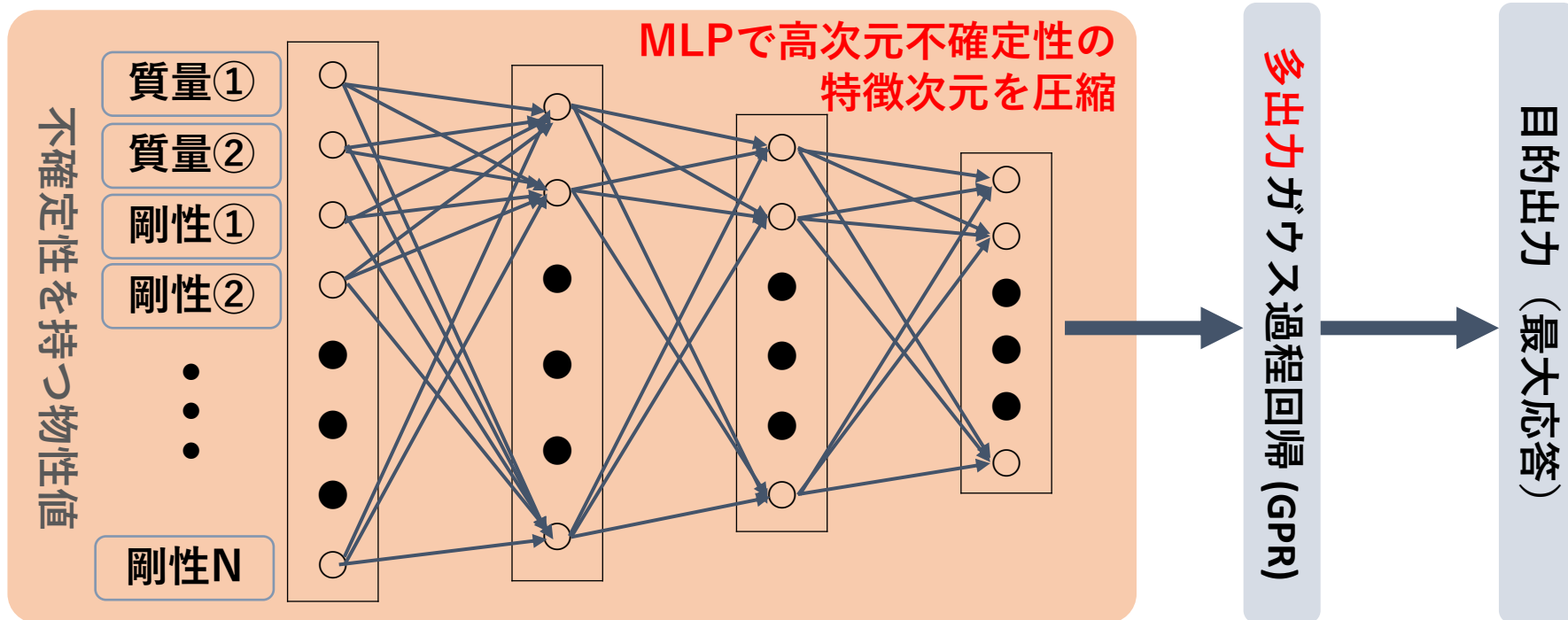
- 多数の部材で構成される
- どの部材が原因でシステム全体が限界状態に到達するか不明
- 不確定性次元が高い

## 課題

- サロゲートモデルの**高次元不確定性**への適用
- フラジリティ評価の計算コストの低減

# 【目的】 高次元不確定性を考慮する深層カーネル学習モデル

## 高次元不確定性の特徴抽出



3つのモデルを比較

GPRのみ、MLPのみ、深層カーネル学習

深層カーネル学習サロゲートモデルで高次元不確定性のある信頼性解析の計算コストを低減する

# 【手法】 ガウス過程回帰・深層カーネル学習

## ガウス過程回帰

- ノンパラメトリック
- 予測分散の出力が可能

$$y = f(\mathbf{x})$$

$$f \sim GP(\mathbf{0}, k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$$

$$\mathbf{y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{K})$$

$\mathbf{x}$ : 入力ベクトル

$\mathbf{y}$ : 出力ベクトル

$k$ : カーネル関数

$\mathbf{K}$ : カーネル行列

## カーネル行列

$$K_{mn} = k(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_n)$$

$K_{mn}$ : カーネル行列の要素

## カーネル関数

Matern 5/2 (ARD)カーネル

$$k(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_n) = \sigma \left( 1 + \sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} + \frac{5}{3} \sum_{i=1}^D \frac{r_i^2}{l_i^2} \right) \exp \left( -\sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} \right)$$

$$\text{where } r_i = |x_{mi} - x_{ni}|$$

# 【手法】 ガウス過程回帰・深層カーネル学習

## ガウス過程回帰

- ノンパラメトリック
- 予測分散の出力が可能

$$y = f(\mathbf{x})$$

$$f \sim GP(\mathbf{0}, k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$$

$$\mathbf{y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{K})$$

$\mathbf{x}$ : 入力ベクトル

$\mathbf{y}$ : 出力ベクトル

$k$ : カーネル関数

$\mathbf{K}$ : カーネル行列

## カーネル行列

$$K_{nm} = k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_m)$$

$K_{nm}$ : カーネル行列の要素

## カーネル関数

Matern 5/2 (ARD)カーネル

$$k(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_n) = \sigma \left( 1 + \sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} + \frac{5}{3} \sum_{i=1}^D \frac{r_i^2}{l_i^2} \right) \exp \left( -\sqrt{5} \sum_{i=1}^D \frac{r_i}{l_i} \right)$$

$$\text{where } r_i = |x_{mi} - x_{ni}|$$

## 深層カーネル学習 (Wilson et al. ICAIS, 2016)

- ノンパラメトリック
- 予測分散の出力が可能
- 複雑な回帰が可能

$$k(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_n) \rightarrow k(g(\mathbf{x}_m, \mathbf{w}), g(\mathbf{x}_n, \mathbf{w}) | \mathbf{w})$$

$g$ : 深層学習器による関数

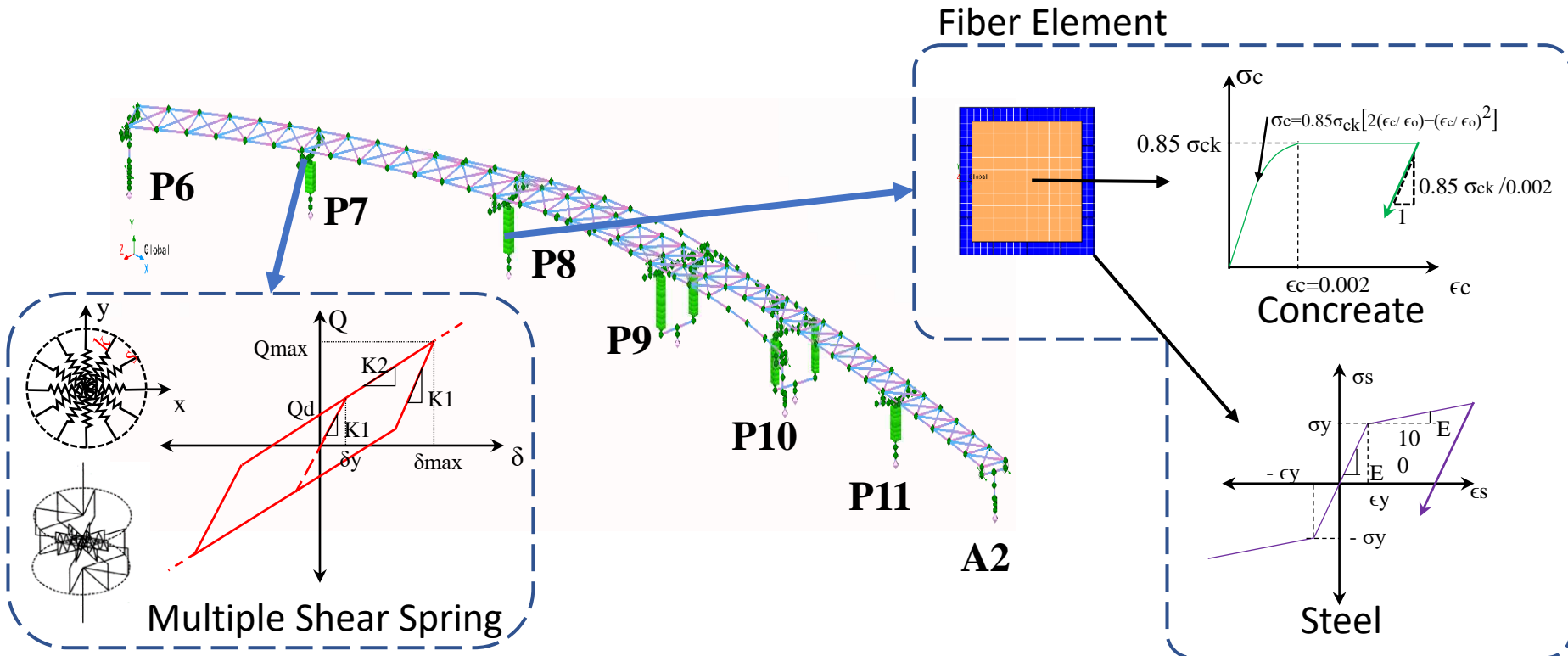


# 【対象問題】 高架橋システムの有限要素モデル 6/13

Rashid et al., *Proceedings of EVACES, 2022*

## 解析モデル：6径間連続2箱桁橋

橋長	: 327.9 m	解析ソフト	: Engineer Studio
幅員	: 13.0~16.95 m	地震入力方向	: 橋軸直角方向
支承	: 積層免震ゴム支承		
橋脚	: 5本の鋼製橋脚、1本のRC橋脚		



# 【対象問題】 システムの限界状態と入力地震動の設定

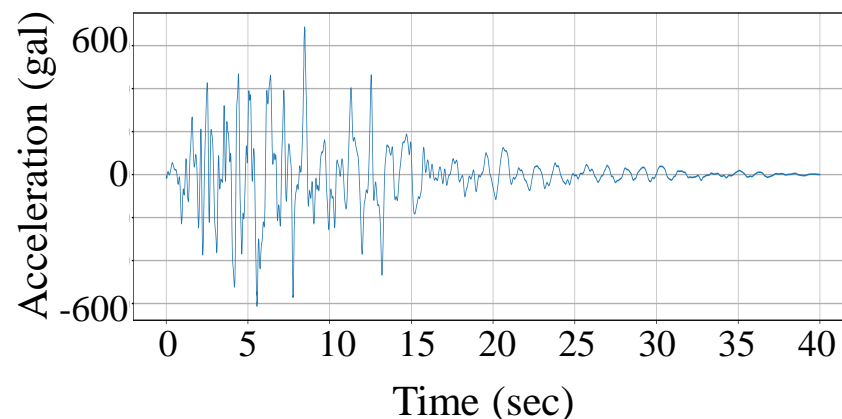
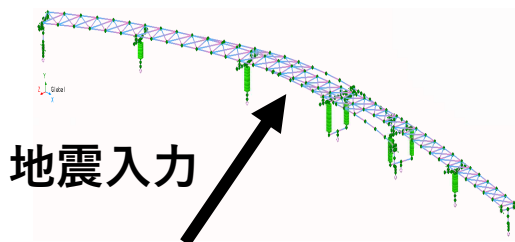
## 限界状態の設定

- RC橋脚・免震支承・鋼製橋脚それぞれに限界状態を設定
- **限界状態は4段階**に設定
- **システムはいずれかの部材の限界状態到達時に限界状態**と設定

部材	応答	限界状態			
		Slight	Moderate	Extensive	Collapse
RC橋脚	応答塑性率	$\mu d > 1.00$	$\mu d > 1.20$	$\mu d > 1.76$	$\mu d > 4.76$
免震支承	せん断ひずみ	$\gamma > 1.0$	$\gamma > 1.5$	$\gamma > 2.0$	$\gamma > 2.5$
鋼製橋脚	ひずみ	$\varepsilon > \varepsilon y$		$\varepsilon > 7 \times \varepsilon y$	

## 入力地震動

- 設計地震動 : Level2Type2-2-1
- 入力角度 : 橋軸直角方向



# 【対象問題】 高架橋システムの不確定性と入出力

## 不確定性の設定

- 全22支承について、一次剛性と降伏荷重の不確定性を設定
- 地震動強さの変動倍率を設定
- 合計45パラメータの不確定性を設定

入力			出力	
不確定パラメータ	不確定性 (一様分布)	パラメータ数	部材	最大出力
支承の一次剛性	$\pm 10\%$	22	支承	せん断ひずみ
支承の降伏荷重	$\pm 15\%$	22	鋼製橋脚	ひずみ
地震動の最大加速度	0.1 – 2.0g	1	RC橋脚	変位
			橋台	変位

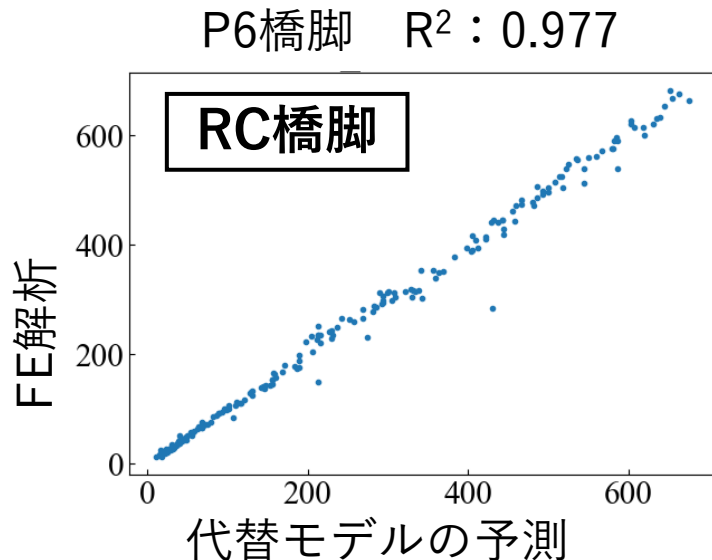
# 【結果】高架橋システムの地震応答解析での精度

## テストデータでの予測

訓練データ：300

テストデータ：200

すべての出力において、  
決定係数( $R^2$ )が  
**0.959より高い**



RC橋脚  
(最大変位)  
鋼製橋脚  
(最大ひずみ)

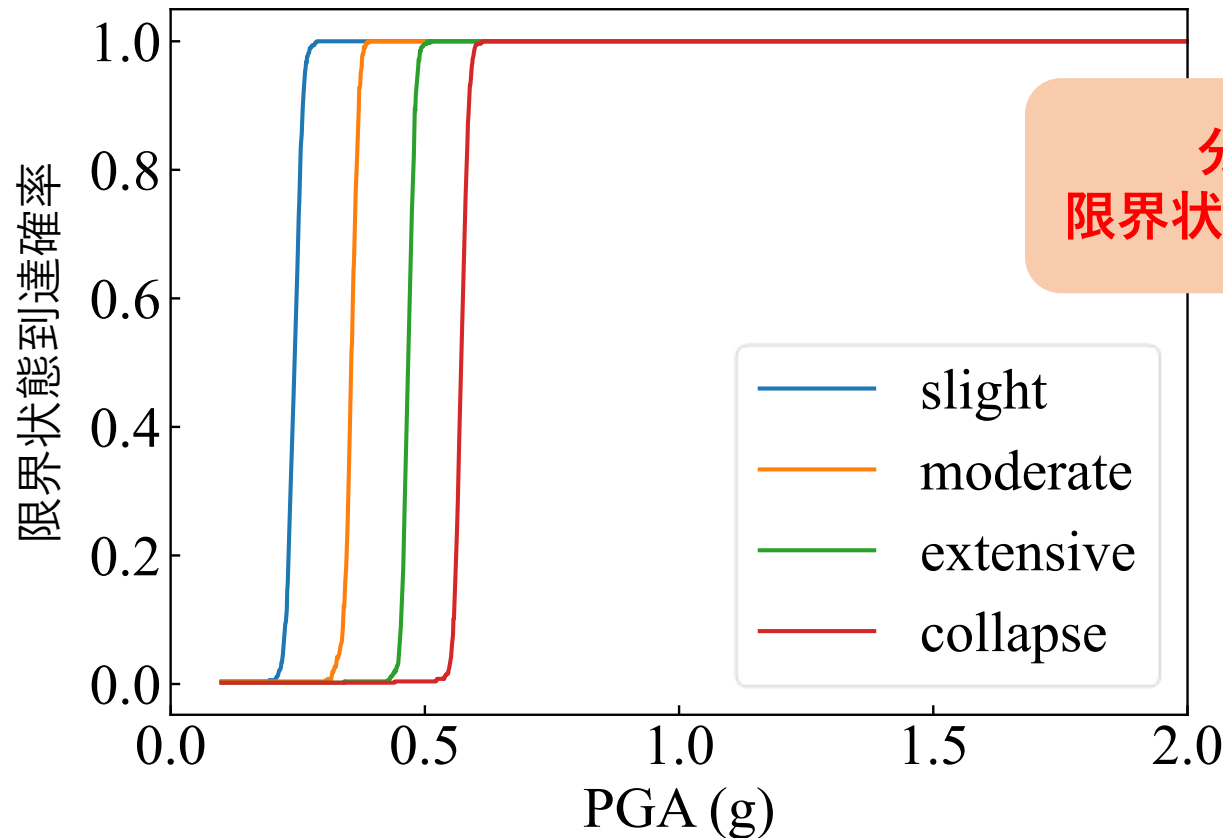
免振支承  
(最大せん断  
ひずみ)

	GPR	MLP	DKL
P6	0.968	0.973	<b>0.977</b>
P7	<b>0.998</b>	0.99	0.995
P8	<b>0.998</b>	0.992	0.996
P9	<b>0.972</b>	0.965	<b>0.972</b>
P10	<b>0.976</b>	0.953	0.959
P11	0.977	0.976	<b>0.978</b>
B6	0.977	0.991	<b>0.993</b>
B7	0.975	0.989	<b>0.99</b>
B8	0.976	0.989	<b>0.992</b>
B9	0.973	0.988	<b>0.99</b>
B10	0.973	0.987	<b>0.989</b>
B11	0.977	0.989	<b>0.991</b>
B12	0.973	0.983	<b>0.986</b>
B13	0.965	0.974	<b>0.976</b>
B14	0.967	0.983	<b>0.984</b>
<b>Average</b>	0.97633	0.98147	<b>0.98453</b>

# 【結果】 高架橋システムの地震応答解析での精度

## サロゲートモデルによるフラジリティカーブ

計2千万回の繰り返し計算 (物性値 1万点 × 地震動強さ 2000点)

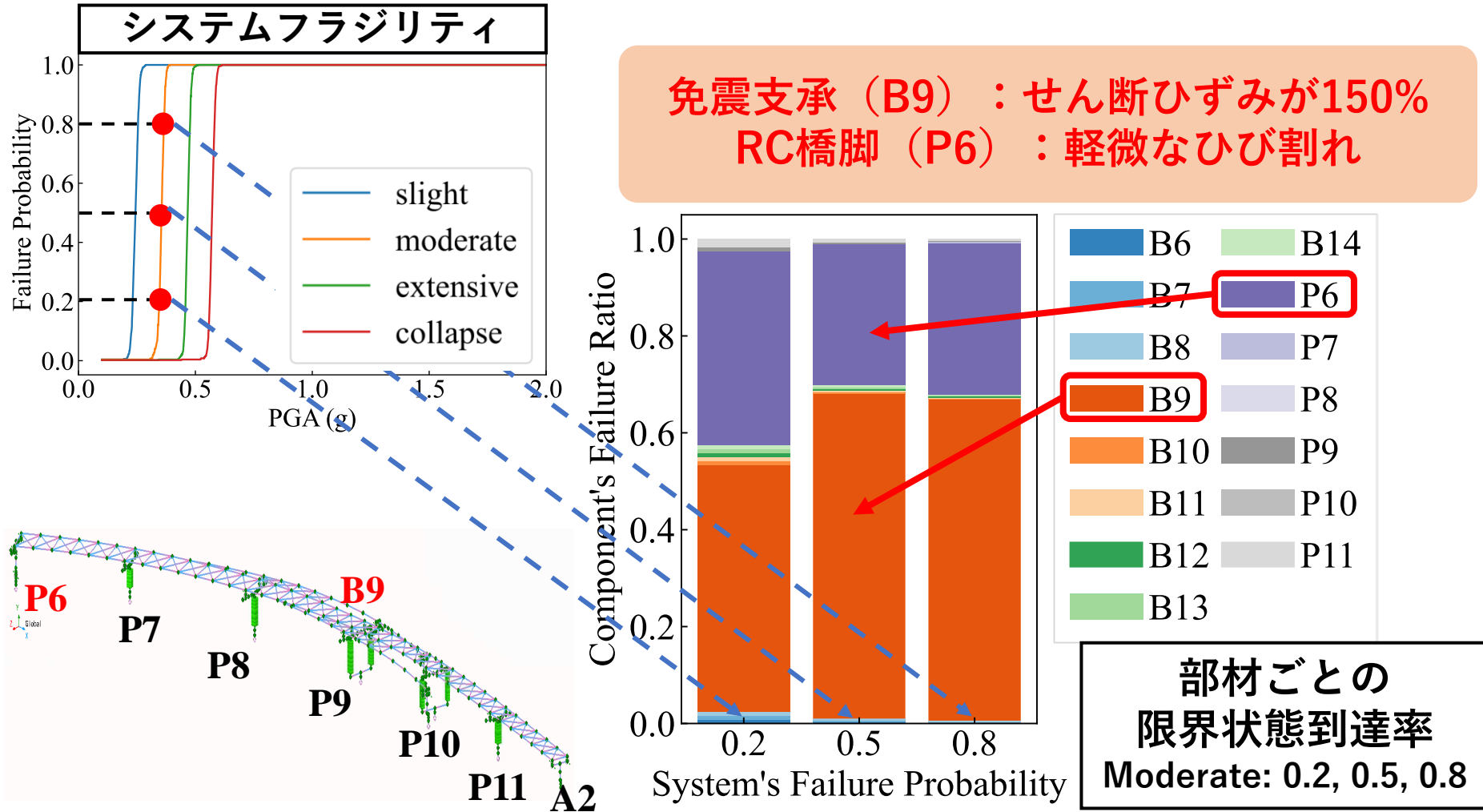


分布の仮定なしに  
限界状態到達確率を推定可能

代替モデルでフラジリティを統計系的に算出可能

# 【結果】 高架橋システムの地震応答解析での精度

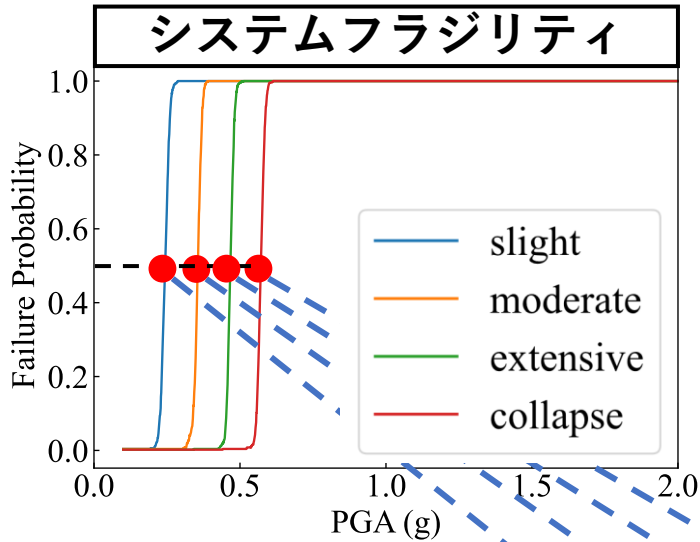
## サロゲートモデルによるフラジリティカーブ



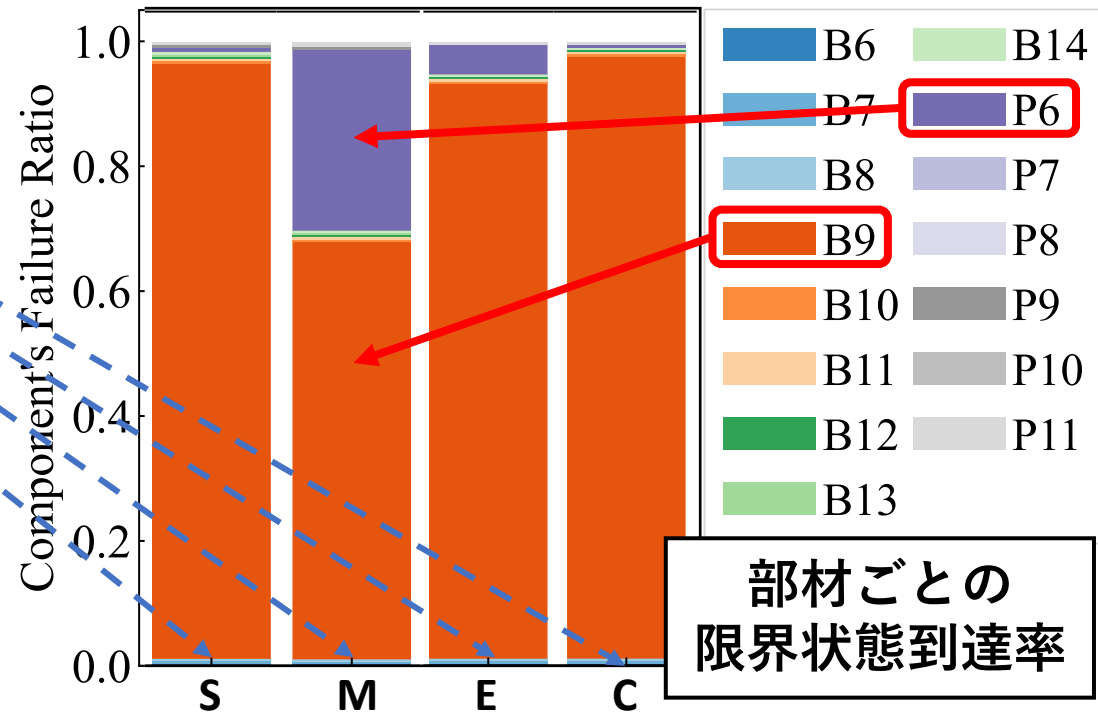
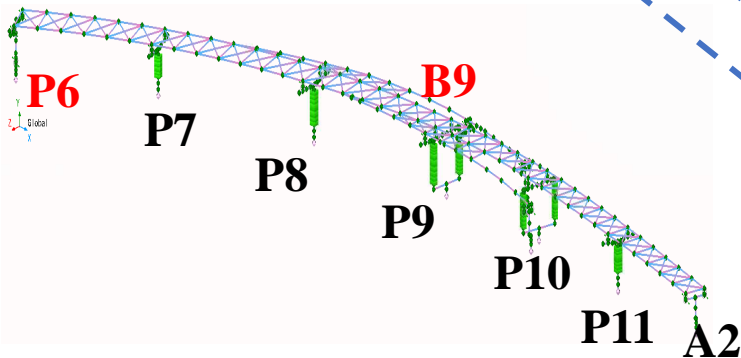
システム限界状態の原因となった部材を特定可能

# 【結果】 高架橋システムの地震応答解析での精度

## サロゲートモデルによるフラジリティカーブ



限界状態ごとにシステムの限界状態に  
寄与する部材が異なる



システム限界状態の原因となった部材を特定可能

# 結論と今後の展望

## 結論

- 地震応答解析のサロゲートモデルを、高次元不確定性パラメータからMLPで特徴抽出する深層カーネル学習で構築した
- 構築したサロゲートモデルはすべての予測出力でR2指標0.959を超えており、高精度で予測が可能であった
- 構築したサロゲートモデルによって、2千万回の繰り返し計算によって、フラジリティカーブを算出した
- 橋梁システムの限界状態に寄与していた部材をサロゲートモデルによって、推定することが可能であった

## 今後の展望

- アダプティブサンプリングなどの組み合わせによって、より低計算コストにサロゲートモデルが構築できる可能性がある